

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	6
<b>1.1 Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit</b>	7
1.1.1 Merkmale und deren Häufigkeiten	7
1.1.2 Empirisches Gesetz der großen Zahlen	12
1.1.3 Wahrscheinlichkeit von Ereignissen	19
1.1.4 Geometrische Wahrscheinlichkeiten	23
<i>Blickpunkt: Das BENFORD-Gesetz</i>	29
1.1.5 Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten durch Simulation	32
<i>Exkurs: Die Erzeugung von Pseudo-Zufallszahlen</i>	38
<b>1.2 Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten</b>	40
1.2.1 Grundregeln	42
<i>Exkurs: Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung</i>	44
1.2.2 Pfadregeln für Zufallsversuche	46
<i>Blickpunkt: Das Geburtstagsproblem</i>	52
1.2.3 Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Zählstrategien	54
1.2.4 Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei Stichproben	60
<b>1.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit – Satz von BAYES</b>	62
1.3.1 Baumdiagramme und Vierfeldertafeln	62
1.3.2 Umkehrung von Baumdiagrammen – bedingte Wahrscheinlichkeiten	66
<i>Blickpunkt: Paradoxien bei bedingten Wahrscheinlichkeiten</i>	74
<i>Klausurtraining</i>	76
<i>Exkurs: Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</i>	78
<b>2. Zufallsgrößen – Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	80
<b>2.1 Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	81
2.1.1 Häufigkeitsverteilung eines Merkmals	81
2.1.2 Zufallsgrößen und deren Verteilungen	84
<i>Blickpunkt: Rangsummenverteilung und -test</i>	88
<b>2.2 Erwartungswert einer Zufallsgröße</b>	90
2.2.1 Mittelwert der Häufigkeitsverteilung	90
<i>Blickpunkt: Das SIMPSONSche Paradoxon</i>	94
2.2.2 Erwartungswert einer Zufallsgröße	97
<i>Blickpunkt: Das Paradoxon des DE MÉRÉ</i>	102
<b>2.3 Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße</b>	104
2.3.1 Streuungsmaße der Häufigkeitsverteilung eines Merkmals	104
2.3.2 Varianz und Standardabweichung	109
<i>Exkurs: Die Idee der quadratischen Abweichung in der Stochastik</i>	111
<i>Klausurtraining</i>	112
<b>3. BERNOULLI-Versuche – Binomialverteilung – Modellierung von Zufallsversuchen</b>	114
<b>3.1 BERNOULLI-Versuche</b>	115
3.1.1 Binomialverteilungen	115
3.1.2 Erwartungswert einer Binomialverteilung	123
3.1.3 Anwendung der Binomialverteilung	127
3.1.4 Kumulierte Binomialverteilungen – Umgang mit dem Tafelwerk	129
<b>3.2 Das Kugel-Fächer-Modell</b>	133
<i>Blickpunkt: Das Rencontre-Problem</i>	137
<i>Klausurtraining</i>	140
<b>4. Binomialverteilungen bei großem Stichprobenumfang</b>	142
<b>4.1 Varianz und Standardabweichung bei Binomialverteilungen</b>	143
<b>4.2 Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</b>	146
4.2.1 Wahrscheinlichkeiten von $\alpha$ -Umgebungen	146
4.2.2 Standardisierung von Binomialverteilungen	150
4.2.3 Die GAUSSSche Dichtefunktion und die Näherungsformeln von MOIVRE und LAPLACE	153
<i>Exkurs: Die TSCHEBYSCHEW-Ungleichung</i>	160
<i>Klausurtraining</i>	162
<b>5. Von der Binomialverteilung zu anderen Verteilungen</b>	163
<b>5.1 Die Hypergeometrische Verteilung</b>	164
<i>Blickpunkt: Der Exakte Test von FISHER</i>	168
<b>5.2 Die POISSON-Verteilung</b>	170
5.2.1 Das $\frac{1}{e}$ -Gesetz und die POISSON-Approximation	170
5.2.2 Die Poisson-Verteilung	174
<b>5.3 Die Geometrische Verteilung</b>	178
<i>Blickpunkt: Problem der vollständigen Serie</i>	181

<b>5.4 Die Multinomialverteilung</b>	184	7.3.1 Testen einer zweiseitigen Hypothese	240
<i>Klausurtraining</i>	188	7.3.2 Fehler beim Testen von Hypothesen	244
<b>6. Stetige Zufallsgrößen – Normalverteilung</b>	190	7.3.3 Testen einer einseitigen Hypothese	247
<b>6.1 Stetige Zufallsgrößen</b>	191	7.3.4 Auswahl der Hypothese	252
6.1.1 Stetige Merkmale – Dichtefunktion einer stetigen Zufallsgröße	191	7.3.5 Hypothesentest bei normalverteilten Zufallsgrößen	255
6.1.2 Erwartungswert und Varianz bei stetigen Zufallsgrößen	196	<i>Blickpunkt: Tests auf Zufälligkeit</i>	256
<i>Blickpunkt: Die Exponentialverteilung</i>	198	<b>7.4 Der <math>\chi^2</math>-Anpassungstest</b>	258
<b>6.2 Die Normalverteilung</b>	201	7.4.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung von $\chi^2$	258
6.2.1 Normalverteilte Zufallsgrößen	201	7.4.2 Der $\chi^2$ -Anpassungstest	261
6.2.2 Erwartungswert und Standardabweichung bei empirischen Daten	205	7.4.3 Zusammenhang zwischen Binomialtest und $\chi^2$ -Anpassungstest	266
<i>Blickpunkt: Der Zentrale Grenzwertsatz</i>	212	7.4.4 Der $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest	267
<i>Klausurtraining</i>	214	<i>Blickpunkt: Untersuchungen zu Lottозahlen</i>	268
<b>7. Beurteilende Statistik</b>	216	<i>Klausurtraining</i>	270
<b>7.1 Schluss von der Gesamtheit auf eine Stichprobe</b>	217	<b>8. MARKOW-Ketten</b>	272
7.1.1 Schätzung zu erwartender absoluter Häufigkeiten	218	<b>8.1 Zufallsprozesse</b>	273
7.1.2 Schätzung zu erwartender relativer Häufigkeiten	221	8.1.1 Beschreibung von Zustandsänderungen durch Matrizen	273
7.1.3 Schätzung bei normalverteilten Zufallsgrößen	226	8.1.2 MARKOW-Ketten mit stationärer Verteilung	281
<b>7.2 Schluss von der Stichprobe auf die Gesamtheit</b>	230	8.1.3 MARKOW-Ketten mit absorbierenden Zuständen	289
7.2.1 Schätzen von Parametern für binomialverteilte Zufallsgrößen	230	<b>8.2 Anwendung von Mittelwertsregeln</b>	294
7.2.2 Wahl eines genügend großen Stichprobenumfangs	234	8.2.1 Mittelwertsregeln für die mittlere Dauer	294
7.2.3 Parameterschätzung bei normalverteilten Zufallsgrößen	237	8.2.2 Mittelwertsregel für die Wahrscheinlichkeit von absorbierenden Zuständen	298
<i>Exkurs: Meinungsbefragung als Beispiel einer Stichprobennahme</i>	238	<i>Blickpunkt: MARKOW-Ketten in der Genetik</i>	300
<b>7.3 Hypothesentest bei großem Stichprobenumfang</b>	240	<i>Klausurtraining</i>	302
		<b>9. Aufgaben zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung</b>	304
		<b>Anhang I: Stochastische Tabellen</b>	313
		<b>Anhang II: Lösungen zum Klausurtraining</b>	316